第６学年１組　算数科学習指導案

授業日　平成28年７月６日（木）４校時
授業者　附属新潟小学校　教諭　志田　倫明
会　場　６年１組教室

１　単元名　　円の面積

２　本単元の価値

本単元は，小学校学習指導要領第２章第３節算数における第６学年の「２　内容Ｂ図形（３）」を受けて設定する。

〔第６学年〕　図形
（３）平面図形の面積に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。
ア　次のような知識及び技能を身に付けること。
（ア）円の面積の計算による求め方について理解すること
イ　次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること
（ア）図形を構成する要素などに着目し，基本的な図形の面積の求め方を見いだすとともに，その表現を振り返り，簡潔かつ的確な表現に高め，公式として導くこと。

面積の指導は，単位面積の考え方を用いて，そのいくつ分かで面積を求めさせたり，等積変形や倍積変形の考え方を用いて，面積を求めることのできる既習の図形に帰着させて考えさせたりする。例えば，４学年の面積指導は平行四辺形の面積の求め方を考える際，等積変形させて長方形に帰着させて考えさせたり，三角形や台形の面積は，２つつなげて平行四辺形に帰着させて考えさせたりして，面積の求め方を考えさせてきた。本単元では，こうした面積の求め方と類推的思考を働かせ，等積変形の考え方を用いて円を三角形や長方形に帰着させて考えることで，面積の求め方を一般化させていく。このように面積の系統的な指導を意識することで，これまでと同じように類推的に考える態度や力，また，その求め方を一般化していく態度や力を育てることができることに，本単元の価値がある。

また，本単元は，割合の概念を一緒に扱う。割合は算数で学習する概念の中でも，生活場面や様々な学問で広く使われる概念であり，子どもたちが一生使い続ける概念である。しかし，割合の内容は各種調査問題の結果から，子どもにとって理解の難しい概念であることが明らかになっている。これは，指導内容の個別化により，子どもたちが割合の学習をするのは，高学年の一部の該当単元だけに限定され，割合の概念を獲得したり活用したりする指導場面の少なさが問題とされている。低学年から様々な領域の指導場面の中で，意図的に割合の概念を扱っていく必要がある。本単元では，円の面積を求める場面から，円積率（正方形の面積に対する正方形に内接する円の面積の割合）を扱う。割合の概念
によって，正方形と内接する円の相互関係に着目させることができる。また，扇形や複合図形の指導場面では，半径の長さや中心角の大きさを変化させることで，等しい面積の図形を関係付けたり，面積が２倍３倍となっている図形を関係付けたりさせることで，図形間の関係に着目させることをねらう。割合の概念を改めて獲得したり活用させたりすることで，汎用的な知識，技能としてその資質・能力を育むことにも，本単元の価値がある。

３　本単元で目指す姿

数理的な論拠を見いだし，論拠をつなげて方法の妥当性を説明する子どもの姿

具体的には，**図形を構成する要素や図形間の関係に着目する**「見方・考え方」を働かせ，割合を図形領域の課題解決に生かす力や面積の求め方を考える力を発揮して，「半径の長さを変えるだけでは，面積が３倍の円は作ることができません。半径×半径＝27になる半径がないからです。そこで，６×６×3.14＝36×3.14の円を27×3.14にする方法を考えます。９×3.14の面積分小さくなっているので，ここから①の円を１つ分の引けば，３倍の大きさになります。穴を開けて残っているところが３倍の面積の図形になります。６×６×3.14－３×３×3.14＝（36－９）×3.14＝27×3.14ということです」などと課題解決の過程を説明する姿。

４　本単元で育成する資質・能力

単元カード参照

５　指導計画　全10時間（30Q）

単元カード参照

６　指導の構想

子どもは，円の面積の求め方として，次の３通りの方法を学習している。

○１㎠を単位として，そのいくつ分かで面積を求める。

○三角形や平行四辺形に等積変形させて面積を考え，半径×半径× 3.14（円周率）で面積を求める。

○円に外接する正方形とを関連付けて，その割合を生かして，直径×直径× 0.785（円積率）で面積を求める。

こうした求積方法を生かして，様々な大きさの円，そして半円や四分円の面積を求めることはできるようになっている。しかし，個別の図形の面積を求めることにとどまっており，半径（直径）の長さや中心角の大きさと面積の大きさを関係付けたり，異なる面積の図形を関係付けたりして考えることはできていない（Ｃ０）。このような子どもに，次のように働き掛ける。

働き掛け１

下学年だったらどのように問題を解決するかとその意図を問い，その解決方法では解決できないことを説明させる。

問いをもたせるための働き掛けである。

まず「①のピザ（円）の３倍の面積のピザを注文します。ピザ屋さんはどんなピザをもってくるでしょう」という問題を提示する。そして，「下学年だったら，どんなピザが届くと予想すると考えますか」「どうしてそのように考えると思いますか」と問う。子どもの素直な考え方を表出させやすくするとともに，既習の考え方では解決できないことに気付かせるためである。子どもは，「下学年だったら，３倍の大きさにするために直径（半径）を３倍の長さにする」など，円の直径（半径）の長さを３倍にすると考える。教師は，この考えに共感してみせる。しかし，子どもは直径（半径）を３倍にしたら，面積はそれ以上に大きくなることに気付く。

そこで，直径（半径）の長さを３倍にしても面積は３倍にならない理由を説明させる。説明の中で，３×３×3.14＝９×3.14と９×９×3.14＝81×3.14と式を見比べることで，その関係が分かることを確認する。

次に，ピザ屋さんから届いたピザの箱を提示し，「ピザ屋さんから届いたピザは，どのようなピザでしょうか」と問う。直径（半径）の長さを３倍にしていた子どもは，もっと直径（半径）を短くして３倍の面積になるように調整しようと考える。しかし，ぴったり３倍になるような直径（半径）を見付けることはできない。子どもは**図形を構成する要素（半径）や図形間の関係（半径と面積は二乗倍の関係）に着目する**「見方・考え方」を働かせ，円の面積の計算による求め方（**①知識・技能**），式の意味を読み取る力，（**②思考力・判断力・表現力**）や数学的な処理のよさを感じ取ろうとする態度（**③態度**）を発揮して，答えを出さなくても式を見れば判断できることに気付く。そこで，ぴったり３倍の面積の円をつくることができない理由を説明させる。子どもは，３倍の面積は27×3.14になるはずなのに，二乗して27になる数がないことを，できないことの根拠として見いだす。このような説明は隣同士で説明させ，iPadに記録させる（**ツール活用能力**）。半径に着目するだけでは解決できないことを知った子どもは「ピザ屋さんはどうやって３倍のピザを用意したんだろう」という問いをもつ。

働き掛け２

解法に必要な構成要素の一部を見せ，解決の方法を予想させる。

問いをもった子どもに，解決の見通しをもたせるための働き掛けである。

３倍の面積のピザを作ることに難しさを感じている子どもに，ピザ屋さんから届いたピザの箱（正方形）の一辺の長さを確かめさせ，12cmであることを提示する。そして，「みんなと同じようにピザ屋さんも困ったと思います。でもピザ屋さんがもってきた箱は１辺 12cm の箱です。ピザ屋さんはどんなピザを用意したのでしょう」と問う。箱にぴったりのピザが入っているとしたら，36 × 3.14 の４倍のピザになってしまうため，27 × 3.14 の３倍のピザにするために，小さくしているのではないかという見通しをもたせるためである。

子どもは，**図形を構成する要素（中心角）や図形間の関係（異なる大きさの図形の組み合わせ）に着目する**「見方・考え方」を働かせ，割合を面積の求め方に生かす力（**②思考力・表現力・判断力**）を発揮して「９×3.14㎠分だけ小さくすれば４倍の面積を３倍の面積にすることができる」と

図形の大きさに見通しをもつ。
３倍になる図形の見通しがもてたところで，この見通しを基に課題を解決する時間をとる。

働き掛け３
解決方法を式で紹介させ，数値や計算の意味を問い返す。

必要な情報を収集して思考し，課題を解決させるための働き掛けである。
解決に取り組む中で，出来上がった面積が３倍の図形を式で表現させ紹介させる。解決の論拠を明らかにするためである。次の式を紹介する。
①６×６×3.14×３/４　　②６×６×3.14－３×３×3.14
次に，それぞれの式を取り上げ，「式を見て，どのように図形を考えていたか予想できますか」と式の意味を全体に問い返したり，「×３/４て何を表しているのでしょうか」「３×３×3.14を引くってどういうことでしょうか」と数値の意味を全体に問い返したりする。子どもは友達の解決方法を式から読み取ろうとする**（協働性）**。このように**図形を構成する要素（中心角）や図形間の関係（異なる大きさの図形の組み合わせ）に着目する**「見方・考え方」を働かせ，割合を面積の求め方に生かす力**（②思考力・表現力・判断力）**や目的に合う数学的な表現を用いて自分の考えを明瞭・簡潔・的確に説明しようとする態度**（③態度）**を発揮して解決に取り組む。そこで，隣同士で説明することを促し，iPad に記録させる**（ツール活用能力）**。

働き掛け４
解決の過程を振り返り，下学年に伝わるように問題場面を解決するための方法を説明させる。

価値ある見方・考え方を自覚する働き掛けである。
問題に対する答えが出たところで，今日の授業で考えた疑問（板書中の四角囲み）をその結論を説明して確認する。子どもは展開の中で見いだした解決の論拠を自覚する。
その後，今日の問題の解決方法が下学年にも分かるような説明を学習シートに書かせる。子どもは，**図形を構成する要素や図形間の関係に着目する**「見方・考え方」を働かせ，割合の比の意味に関する知識**（①知識・技能）**や方法の妥当性について批判的に考える力**（②思考力・表現力・判断力）**を発揮し「半径の長さを変えるだけでは，面積が３倍の円は作ることができません。半径×半径＝27になる半径がないからです。そこで，６×６×3.14＝36×3.14の円を27×3.14にする方法を考えます。９× 3.14 の面積分小さくなっているので，ここから①の円を１つ分の引けば，３倍の大きさになります。穴を開けて残っているところが３倍の面積の図形になります。６×６×3.14－３×３×3.14＝（36－９）×3.14＝27×3.14ということです」などと論拠をつなげて説明する。これが，**数学的な論拠を見いだし，論拠をつなげて方法の妥当性を説明する子ども**の姿である。

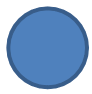
７　本時の構想　（本時　６／10時間）

(1)　ねらい

基の円の面積の３倍になる図形を判断したり作図したりする活動を通して，図形間の関係や割合の考え方を根拠にして，複合図形の面積や扇形の面積を求める方法の妥当性を説明できる。

(2)　主張（展開）３Q（45分）

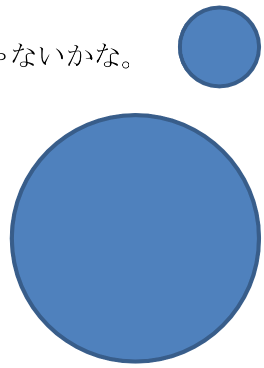
このような子どもに（C0）
○　半径や直径と円周率を用いて，円の面積を求めることができる。
○　半径や直径の長さに着目して，個別の図形（円や半円，四分円）の面積を求めることはできるが，複数の図形を関連付けたりして図形間の関係に着目して面積を求める経験はない。

このように働き掛けると【働き掛け１－①】
○　問題を与え，下学年だったら，どのように考えるか問う。
・問題提示「①のピザ（円）のぴったり３倍の大きさのピザを注文します。どのようなピザが届くでしょうか」
※ピザを注文した経験について質問し，問題場面のイメージを明確にする。　①

・発問「５年生に同じ問題を聞いたら，どのように考えたと思いますか。」
※半径（直径）を３倍するという考えがでなかったら今日から図形を提示する。（半径６㎝）
・発問「５年生がこのように考えた気持ちは分かりますか」
※補助発問「５年生の考え方はどのような考え方ですか」
・説明「理由がはっきりしているから，面積も３倍になりますね」
○　下学年の方法では解決できない理由を問う。

・発問「どうして，半径（直径）を３倍にしても，面積は３倍にならないのですか」
・指示「ノートに理由を書きましょう」
※疑問に思っていることを問い，学級全体で考えることを四角囲みで板書する。
※補助発問「半径を３倍にすると，面積は何倍になるのですか」
※補助発問「どこを見て，面積が９倍になると判断しましたか」など判断の理由を問う。

このようになり（C1-①）

○　既有の見方・考え方を働かせて問題解決を想起させる
・面積が３倍なんだから，半径（直径）も３倍になっていると考えるんじゃないかな。
・これは比例の考え方だな。
・気持ちは分かるけど，これでは３倍にならないよ。



○　半径を３倍にすると面積が９倍になることを考え，理解する
・①の面積は半径が３cmだから，３×３×3.14＝９×3.14＝ 28.26。
半径を３倍すると，半径は９cmだから ９×９×3.14＝81×3.14＝254.34。
だから，答えを比べると３倍にならないことが分かる。（算数科①②）
・答えを出さなくても，式の途中の９×3.14と81×3.14を見ると，半径を３倍にすると面積が９倍になっていることが分かる。（算数科①②）
・半径が３倍のピザはもっと小さいはずだ。
※　教師が「半径を３倍にすれば，面積も３倍になる」と結論付けても，
３倍にはならないことを半径の変化と面積の変化の関係を基に考えたり説明しようとしたりしていれば，図形の構成要素（半径）や図形間の関係（二乗倍）に着目する「見方・考え方」を働かせていると判断する。

このように働き掛けると【働き掛け１－②】

○　ピザ屋が届けた箱を提示し，面積が３倍になる円の半径を求めさせる。
・発問「ピザ屋さんから，箱が届きました。どんなピザでしょう」
※半径（直径）の長さを変化させて考えている発言があったときには，全体に問い返す。
※補助発問「おしいってどういうことですか」
○　これまでの考え方（半径の長さの変化）では，解決できないことを説明させる。
・発問「なぜ，面積がぴったり３倍になるピザはつくれないのですか」
※子どもが考え始めたところで，補助発問「今，何を考えているの（困っているの）」と問い，学習課題の設定につなげ，四角囲みで板書する。

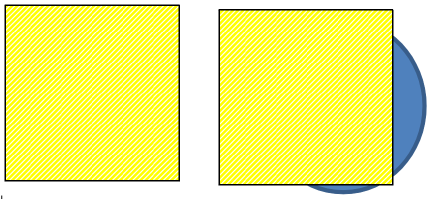
このようになり（C１－②）

○　半径（直径）の長さを変化させて，面積が３倍になる大きさの円を予想する。
・半径３cmと半径９cmの間の半径６cmだったらどうかな。
・面積を求めなくても，式の段階で確かめられるよ。基の円は３×３×3.14＝９×3.14。
半径を２倍にすると６×６×3.14＝36×3.14。４倍になっちゃうから，もっと短いはず。
（算数科①②）
・じゃあ，半径５cmにしたらどうかな。５×５×3.14＝25×3.14。おしい。
・だって，９×3.14の３倍の面積は，９を３倍させて，27×3.14になるはずだもん。
○　半径を調節しても面積がぴったり３倍にならない理由
・３倍っていうのは，○×○×3.14＝27×3.14にならなきゃいけないのに，○×○＝27になる数がない。だから，ぴったり３倍の円を作ることはできない。
○　学習課題を設定する。
・ピザ屋さんはどうやって３倍のピザを作ってきたんだろう。
※解法を説明させ，iPad に記録させる。＿＿のように資質・能力を発揮し，＿＿＿＿のようにぴったり３倍になる円を作ることができないことを説明できれば，通過と判断する。（iPadの記録）

このように働き掛けると【働き掛け２】

○　箱の１辺が12cmであることを提示し，箱の中のピザを予想させる。
・発問「ピザ屋さんがもってきた箱は１辺 12cm の箱です。ピザ屋さんはどんなピザを用意したのでしょう」

※子どもから，「図形の一部を減らして形を変える」という見通しが出ない場合は，右図のように一部分を見せ，見通しをもたせる。



※「減らして形を変える」という見通しがもてたら，ピザの形を予想させて図示させる

※補助発問「減らした図形はどのような形になるかな」

※もし正解に直結しそうな図をかき始めたら途中で止めて，続きは考えさせる。

○　解決に取り組ませる。

・発問「どうしたら，27×3.14のピザになるでしょう。」

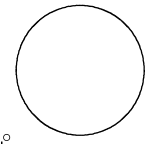
※疑問があるか問い，考えることを四角囲みで板書する。

・指示「ピザの形を予想してノートにかきましょう。そのように考えたか理由も式や言葉で書きましょう」

このようになり（C2）

○　解決の見通しをもつ

・この箱にぴったり入るピザは，半径が６cmだから，６×６×3.14＝36×3.14になっちゃう。中に入っているピザは円じゃなくて，どこか減らした形になっているんじゃないかな。



・隠れている部分は，こんな形になっているんじゃないかな。

・36×3.14が27×3.14になればいいから，９×3.14分減らせばいいんじゃないかな。

・ぴったり減らすことができれば，36×3.14のピザを27×3.14のピザにできそうだ。

※　　　のように，円の一部分を減らして形を変えることで３倍の面積の求められそうだという見通しをもっていれば，図形の構成要素（中心角）や図形間の関係（異なる大きさの図形の組み合わせ）に着目する「見方・考え方」を働かせていると判断する。

※　　　のように資質・能力を発揮して，　　　のように見通しをもてたら通過と判断する。

○　解決に取り組む。

・９×3.14だけ減らすにはどうしたらいいかな。

このように働き掛けると【働き掛け３】

○　解法を式で表現させ，どのように考えたか予想させる。

・指示「どのようにして27×3.14のピザをつくったか，式だけ紹介してください」

※該当する式が表出しなかった，教師の方から提示する。

・発問「式を見て，〇〇さんはどのような形のピザを考えたか予想できますか」

※式を見て予想するピザの図をノートにかかせる。

※子どもが予想することが難しい時は，次のような補助発問をする。

※子どもの疑問は四角囲みで囲む。

補助発問「図でいうと，どの部分のことかな」など式と図を結びつけさせる。

補助発問「×３/４ってどういうことかな」など，数値や計算の意味を問い返す。

※図形のおおよその形を黒板に書かせ，式の数字と図を関連付けて説明できるようにする。

※隣同士で説明させ，その説明を iPad に記録させる。

このようになり（C3）

○　式から考えを予想する。

〔６×６×3.14×3/4＝36×3/4×3.14＝27×3.14〕

・３/４ってどういうことだろう。半径を３/４だけ半径を小さくしているということかな。

・それだと３倍にならないよ。やっぱりまん丸の円ではないんだ。

・扇形にしているんだよ。３/４は，中心の角度を３/４倍しているってことだよ。

・減らした図形は，円の半分の半分だから，６×６×3.14×1/4＝９×3.14だ。（算数科①②③）

・ああ，確かに。ということは，こういう形だね。図形でいうと，中心が360から270°に変わってるね。

・３/４倍っていうのは，中心角360°を調整して減らしているってことだ。こんな図形だ。

〔６×６×3.14－３×３×3.14〕

・①の円の面積を引いていることになる。どんな形になるんだろう。

・４倍の図形から①１つ分の図形を引けば３倍の面積の図形ができるってことだ。

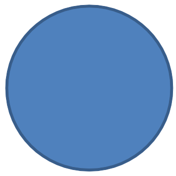
・ということは，穴があいているようなドーナツ型の図形かな。
36×3.14－９×3.14＝（36－９）×3.14になるから，27×3.14になる。
・半径３㎝の円と半径６㎝の１/４の扇形の面積は，等しいんだ。
・扇形やドーナツ型にして36を27にする方法を考えれば，ぴったり３倍の面積の図形を見付けることができる。
※解法を説明させ，iPad に記録させる。授業中の発言やノート，iPad の記録で，＿＿＿のように資質・能力を発揮して，＿＿＿のような結論を見いだしたかを判断する。

このように働き掛けると【働き掛け４】

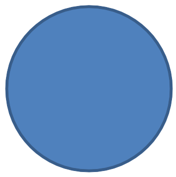
○　授業で考えたこと（板書の四角囲み）とその結論を確認する
・説明「今日の問題を解決するために，考えたことを確認します。」
※授業中に板書した四角囲みの課題とそれぞれのまとめを確認する。
○　始めに想定した４年生の子どもに向けて，問題の解決方法の説明させる。
・発問「半径を３倍にすると面積も３倍になると考えていた４年生にも分かるように，正しい３倍の面積の求め方を教えます。図や式や言葉を使って説明を学習シートに書きましょう。」

このようになる（Cn）

○　問題解決の過程を振り返り，解決方法を学習シートに記述する。
・半径の長さを変えるだけでは，面積が３倍の円は作ることができません。
半径×半径＝27になる半径がないからです。そこで，
６×６×3.14＝36×3.14の円を27×3.14にする方法を考えます。
今回は４倍の面積になっているので，この3/4倍が①の円の３倍の面積になります。
だから，６×６×3.14×３/４と計算することができます。
3/4は中心角（360°）×３/４ということです。
中心角270°の扇形が３倍の面積の図形になります。



・半径の長さを変えるだけでは，面積が３倍の円は作ることができません。
半径×半径＝27になる半径がないからです。そこで，
６×６×3.14＝36×3.14の円を27×3.14にする方法を考えます。
９×3.14の面積分小さくなっているので，ここから①の円を１つ分の引けば，３倍の大きさになります。穴を開けて残っているところが３倍の面積の図形になります。６×６×3.14－３×３×3.14＝（36－９）×3.14＝27×3.14ということです。



※　説明の中に，働き掛け①～③で促されて出てきた＿＿＿の論拠（半径の調整では３倍にぴったりにならないこと）（形を変える方法）をつなげて，＿＿＿のように説明できていれば通過と判断する。

８　検証

(1) 検証すること

①　構想した働き掛けにより，想定したＣｎになったか。
②　構想した働き掛けにより，想定した「見方・考え方」を働かせることができたか。
③　構想した働き掛けにより，想定した資質・能力を発揮することができたか。

(2) 検証の方法

①　働き掛け４を受けて，展開の中で見いだした「半径の調整で解決できないこと」と「４倍の面積を基に３倍の面積をつくる方法」などの論拠をつなげて，＿＿＿のように問題に対する妥当な結果を説明できたかどうかを，ノートの記述から判断する。
②－ア　働き掛け１を受けて＿＿＿のように，図形の構成要素（半径）や図形間の関係（二乗倍）に着目できたかを，発言やノートの記録から判断する。
②－イ　働き掛け２，３，４を受けて＿＿＿のように，図形の構成要素（中心角）や図形間の関係（異なる大きさの図形の組み合わせ）に着目できたかを発言やノートの記録から判断する。
③　働き掛け１～４を受けて，＿＿＿のように資質・能力を発揮したかどうかを，発言やノート，学習シートの記述，iPad の記録から判断する。